

# Cobb-Douglas-Funktion

aus Wikipedia, der freien Enzyklopädie

<http://de.wikipedia.org/wiki/Cobb-Douglas-Funktion>

Die **Cobb-Douglas-Funktion**, eine Spezialfunktion der [CES-Produktionsfunktion](#), wird sowohl in der [Mikro-](#) und [Makroökonomie](#) als auch in der [Produktionswirtschaft](#) häufig

[Knut Wicksell](#) (1851–1926) hat sie zuerst benutzt. Der Name geht auf die Neuentdeckung durch die [US-amerikanischen](#) Ökonomen [Paul Howard Douglas](#) und [Charles Cobb](#) im Jahre 1928 zurück.

## allgemeine Form

$$y = c \prod_i x_i^{a_i} \quad \text{mit } c, a_i > 0$$

$c$  ist ein Niveauparameter, der bei geeigneter Normierung von  $y$  aber verzichtbar ist. Die  $a_i$  sind die partiellen [Elastizitäten](#) von  $y$  bzgl.  $x_i$ .

Die Funktion ist [homogen](#) vom Grad  $\sum a_i$ .

Die Funktion wird als Beispiel für [Nutzenfunktionen](#) sowie als [Produktionsfunktion](#) eingesetzt.

## Cobb-Douglas-Nutzenfunktion

Nachfragefunktionen, die aus einer Cobb-Douglas-Nutzenfunktion gewonnen werden, haben die Eigenschaft, dass die Haushalte für die Güter  $x_i$  immer einen konstanten Anteil  $a_i \div \sum a_i$  von ihrem Einkommen ausgeben. Es gilt das Gesetz der [abnehmenden Grenzrate der Substitution](#).  $U(c, g)$ .

Beispiel einer Cobb-Douglas-Nutzenfunktion:  $u(x, y) = x^c \cdot y^d$

Im obigen Zweigüterfall ist die [Grenzrate der Substitution](#)  $GRS = \frac{c y}{d x}$ .

## Cobb-Douglas-Produktionsfunktion

Meist in der Form  $Y = c \cdot K^a \cdot L^b$ .

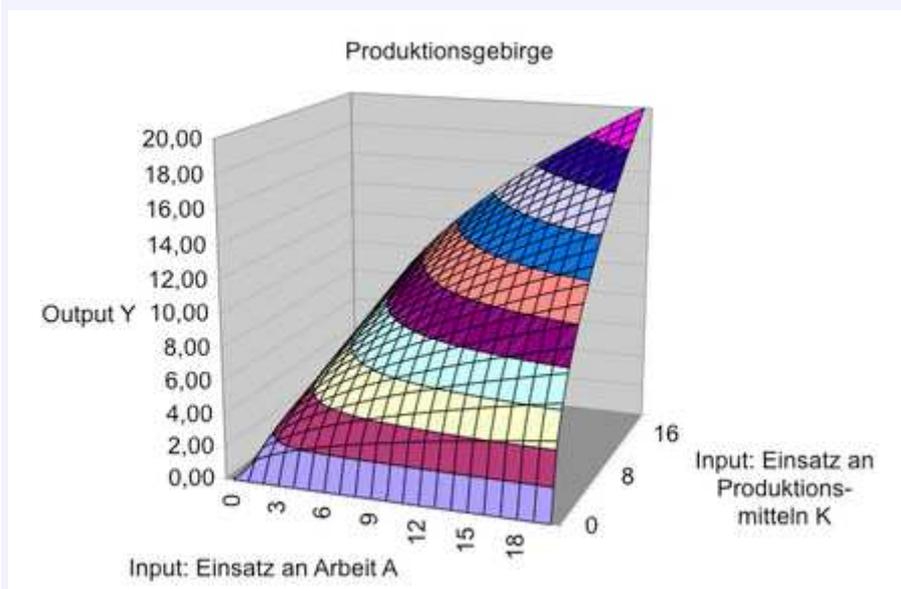
- $Y$ : Produktionsmenge
- $c$ : Nichtkonstanter Faktor. Ist  $c$  nicht konstant, sondern wird mit der Zeit größer, dann kann so [technischer Fortschritt](#) abgebildet werden. Als Faktor vor der gesamten

Produktionsfunktion wie hier bildet  $c(t)$  ( $t = \text{Zeit}$ ) Hicks-neutralen technischen Fortschritt ab.

- K: Kapitalstock
- L: Arbeitseinsatz

Die partiellen **Produktionselastizitäten** lassen sich als  $a$  und  $b$  ebenso wie die **Skalenelastizität**  $a + b$  unmittelbar ablesen. Abnehmende Grenzproduktivitäten liegen vor, wenn  $a, b < 1$ .

Die Exponenten einer Cobb-Douglas-Produktionsfunktion müssen sich nach aktuellen Erkenntnissen nicht immer zu 1 addieren lassen, obwohl dies den Regelfall darstellt ( $a + b = 1$ ). Werden K und L um einen bestimmten Prozentsatz erhöht, erhöht sich die Ausbringung Y um denselben Prozentsatz.



### Linear-homogene Cobb-Douglas-Produktionsfunktion

In der *Abbildung* ist eine linear homogene Cobb-Douglas-Produktionsfunktion als "Produktionsgebirge" dargestellt. Die Fläche des Gebirges setzt sich aus Geraden zusammen, die vom Ursprung  $(0,0,0)$  ausgehen. Hält man einen Produktionsfaktor konstant und erhöht den anderen Produktionsfaktor, dann erhöht sich auch der Output, aber in immer geringerem Maße, die partielle Grenzproduktivität eines Faktors nimmt mit steigender Einsatzmenge dieses Faktors ab. Die partielle Grenzproduktivität ist die Steigung des Produktionsgebirges, wenn man sich auf ihm senkrecht zur Achse des konstant gehaltenen Produktionsfaktors bewegt.

Bewegt sich die Volkswirtschaft entlang einer "Höhenlinie", dann wird der Einsatz eines Produktionsfaktors durch den des anderen *substituiert*. Es gilt das Gesetz von der abnehmenden Grenzrate der technischen Substitution.

## Literatur

- **Charles W. Cobb, Paul H. Douglas:** „A Theory of Production“ in American Economic Review, March 1928 Supplement, Vol. 18 Issue 1, S. 139-165.