Übungsblatt 8

Aufgabe 1:

Für die Ereignisse A,B seien die Wahrscheinlichkeiten gegeben:

$$P(A) = 0.5$$
$$P(B) = 0.3$$
$$P(A \cap B) = 0.2$$

Geben Sie, wenn möglich, die folgenden Wahrscheinlichkeiten zahlenmäßig an:

a) $P(A \cup B)$ b) $P(A|B)$
c) $P(\overline{A \cap B})$ d) $P(\overline{A} \cup \overline{B})$

e) Zeichnen Sie ein Venn-Diagramm der Ereignisse in a) c) und d) sowie für das Ergebnis $\overline{B \backslash A}$.

(Angelehnt an Aufgabe aus Schira, Kapitel 8; Aufg. 8.4)

Aufgabe 2:

Zwei Maschinen produzieren denselben Artikel in einer Fabrik. Maschine A produziert 70% der Stücke; 8% der von A hergestellten Stücke sind fehlerhaft, aber nur 6% der von Maschine B produzierten Stücke. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig aus der Tagesproduktion gezogenes fehlerhaftes Stück von Maschine A hergestellt wurde? (Aufgabe aus Schira, Kapitel 8; Aufg. 8.8)

Aufgabe 3:

Ein bestimmtes technisches Gerät G wird aus drei Einzelteilen A, B, C zusammengefügt. Das Gerät funktioniert nur dann, wenn alle drei Einzelteile funktionieren und außerdem bei der Montage M kein Fehler unterlaufen ist. Die Wahrscheinlichkeiten, dass die Teile A, B, C defekt sind, betragen

$$P(\overline{A}) = P(\overline{B}) = 0.01$$
$$P(\overline{C}) = 0.05$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass bei der Montage ein Fehler gemacht wird, betrage

$$P(\overline{M}) = 0.02$$

Die Fehler treten unabhängig voneinander auf.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit $P(G) = P(A \cap B \cap C \cap M)$, dass das einzelne Gerät funktioniert?

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit $P(\overline{G})$, dass das Gerät G nicht funktioniert?

(Aufgabe aus Schira, Kapitel 8; Aufg. 8.12)

Aufgabe 4:

Ein fairer Würfel wird zweimal hintereinander geworfen.

a) Geben Sie jedes Element des Ereignisraumes explizit an.

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Augensumme 10 oder größer ist, wenn beim ersten Wurf eine 5 erscheint?

c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Augensumme 10 oder größer ist, wenn bei mindestens einem Wurf eine 5 erscheint?

Würfelspiel. Man bietet Ihnen das folgende Glücksspiel an: Sie bezahlen einen Einsatz von x Cent, dann dürfen Sie zweimal mit einem Würfel würfeln. Werfen Sie mindestens einmal eine Sechs, erhalten Sie als Gewinn 1.- Euro.

d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Sie bei diesem Spiel gewinnen?

e) Sie dürfen das Spiel hinreichend oft wiederholen. Welchen Einsatz x wären Sie höchstens bereit zu zahlen, um langfristig zu gewinnen?

(Aufgabe aus Schira, Kapitel 8; Aufg. 8.1 und 8.16)

Aufgabe Z1:

Qualitätskontrolle. Eine Firma erhält als Zulieferung regelmäßig ein bestimmtes Produkt in Sendungen zu 50 Stück. Die Annahmekontrolle geschieht nach dem folgenden "Inspektionsplan" *Ip4*:

Man entnimmt zufällig ein Stück und prüft es. Ist es in Ordnung, entnimmt man -ohne das schon geprüfte zurückzulegen- ein zweites usw. Sobald ein schadhaftes Stück gefunden wird, weist man die Sendungen zurück. Sind jedoch die ersten vier Stück in Ordnung, wird die Sendung angenommen (Ereignis A).

a) Wie groß ist die Annahmewahrscheinlichkeiten P(A), wenn 0, 2, 5 oder 10 Stücke einer Sendung schadhaft sind?

b) Zeichnen Sie die "Operationscharakteristik" des Inspektionsplan *Ip4* (Annahmewahrscheinlichkeiten in Abhängigkeit von den tatsächlichen schadhaften Stücken).

c) Der Inspektionsplan *Ip6* verfährt wie *Ip4* mit dem Unterschied, dass erst bei sechs brauchbaren Stücken angenommen wird. Zeichnen Sie die Operationscharakteristik des Inspektionsplanes *Ip6*.

(Angelehnt an Aufgabe aus Schira, Kapitel 8; Aufg. 8.10)

Aufgabe Z2:

Ein Spieler würfelt viermal hintereinander. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass dabei die Augensumme größer als 19 ist?

Aufgabe Z3:

Seien X und Y diskrete, unabhängige Zufallsvariablen mit gleichförmiger Verteilung. X und Y nehmen die Zahlen 1, 2, 3 und 4 mit gleicher Wahrscheinlichkeit an. Z ist definiert als der Betrag der Differenz der beiden Zufallsvariablen, d.h. $Z = |X - Y|$.

Hinweis für C) bis E): Betrachten Sie alle Elementarereignisse.

A) $E(X) = 2$

B) $Var(X) = 1,25$ (auf zwei Nachkommastellen gerundet)

C) $P(Z = 0) = 0,25$ (auf zwei Nachkommastellen gerundet)

D) $P(Z = 1) = 0,30$ (auf zwei Nachkommastellen gerundet)

E) $P(Z = 2) = 0,25$ (auf zwei Nachkommastellen gerundet)

A	*B*	*C*	*D*

Geben Sie an, welche Antwortvorschläge richtig sind. Beachten Sie, dass mindestens ein Antwortvorschlag richtig ist. Schreiben Sie Ihre Berechnungen zur Lösung jeder Teilaufgabe als Teil der Lösung auf und erläutern Sie kurz Ihre Vorgehensweise.

(Aufgabe aus der Wiederholungsklausur Statistik, SS2010)