

Übungsblatt 7

Aufgabe 1:

Anlässlich eines Staatsaktes treffen sich die Regierungschefs von Deutschland (D), Frankreich (F), Russland (R), den USA (US) und Großbritannien (UK). Der Protokollchef, der die **Sitzordnung** zusammenstellen soll, möchte wissen, auf wie viele **verschiedene** Arten er die Politiker platzieren kann, gegeben:

a) Die Staatschefs nehmen nebeneinander **in einer Reihe** Platz:

- a1. Es stehen 5 Stühle nebeneinander.
- a2. Auf dem ersten Stuhl soll die Kanzlerin Platz nehmen.
- a3. Auf dem ersten Stuhl soll die Kanzlerin und auf dem zweiten Stuhl der US-Präsident sitzen.

b) Die Staatschefs werden **an einem runden Tisch** Platz nehmen:

- b1. Es stehen 5 Stühle in einem Kreis.
- b2. Die Sitzordnung soll so gestaltet werden, dass die Kanzlerin nicht neben dem US-Präsidenten sitzen wird.

Aufgabe 2: WM 2010

Der Bundestrainer ist mit **23 aktiven Fußballern** nach Südafrika gereist. Drei der 23 Fußballspieler sind als Torwart spezialisiert und können nicht als Feldspieler eingesetzt werden (und umgekehrt). Ein Mittelfeldspieler kann jede Position im Mittelfeld spielen (analog für: Stürmer und Verteidiger). Wie viele mögliche Aufstellungen stehen Joachim Löw (kombinatorisch) für das Halbfinale gegen Italien zur Auswahl? Es stehen folgende Informationen zur Verfügung:

Drei Feldspieler sind verletzt und Lukas Podolski ist für das Halbfinale rotgesperrt.

Joachim Löw favorisiert ausnahmsweise die 4-4-2-Aufstellung (4 Abwehrspieler, 4 Spieler im Mittelfeld und 2 Stürmer).

Hierfür stehen ihm noch **3 Stürmer, 7 Mittelfeldspieler** und **6 Verteidiger** zur Verfügung.

- a) Wie viele mögliche Aufstellungen stehen Löw zur Auswahl?
- b) Wie viele, wenn man die Anordnung innerhalb einer Kette nicht berücksichtigt?

(Aufgabe in Anlehnung an Schira, Kapitel 7, Aufgabe 7.9)

Aufgabe 3: Consultingteams

Eine Consultingfirma hat 12 hauptberufliche Mitarbeiter und 5 nebenberuflich beratende Professoren. Für ein neu akquiriertes Projekt soll ein Team zusammengestellt werden mit einem Teamchef, zwei weitere hauptberufliche Mitarbeiter und einem beratenden Professor. Wie viele verschiedene Consultingteams können zusammengestellt werden? *Annahme: der Teamchef kann nur aus der Gruppe der hauptberuflichen Mitarbeiter stammen;* (Aufgabe aus Schira, Kapitel 7, Aufgabe 7.5)

RELEVANTE FORMELN FÜR DIESES ÜBUNGSBLATT:

Permutation ohne Wiederholung:	${}_n P = n!$
Permutation mit Wiederholung:	${}_n P_{n_i} = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots}$
Zirkularpermutation ohne Wiederholung:	${}_n P = (n - 1)!$
Kombination mit Anordnung:	${}_n V_k = \frac{n!}{(n-k)!}$
Kombination ohne Anordnung:	${}_n C_k = \binom{n}{k} = \frac{{}_n V_k}{k!} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$

Zusatzaufgaben

Aufgabe Z1: Pascalsches Dreieck

Beweisen Sie die Formel: $\binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1} = \binom{n}{k}$.

Anleitung: (1) Benutzen Sie die formale Definition des Binomialkoeffizienten. (2) Sie erhalten den passenden Hauptnenner, indem Sie den 2. Summanden mit k erweitern und den 1. Summanden mit $n-k$. Erläutern Sie genau Ihre Vorgehensweise. Was ist der Zusammenhang zu Formel (7-5) im Lehrbuch von Schira?

(Aufgabe analog zu Schira, Kapitel 7, Aufgabe 7.1)

Aufgabe Z2: Mit Berücksichtigung der Anordnung oder ohne?

Eine Menge bestehe aus $n = 12$ Kugeln, wovon $k = 4$ Kugeln weiß sind und die anderen schwarz. Offenbar gibt es für die zwölf Elemente

$$\binom{n}{k} = \binom{12}{4} = 495$$

Permutationen, d. h. Möglichkeiten der Anordnung. Nun ist das aber doch die Formel (7-11 im Lehrbuch) für die Anzahl der Kombinationen ohne Berücksichtigung der Anordnung. Wie hängt das zusammen? Erläutern Sie präzise Ihre Antwort.

(Aufgabe in Anlehnung an Schira, Kapitel 7, Aufgabe 7.7)

Aufgabe Z3:

Auf einer Party sagt jeder Gast den Tag im Monat (1. eines Monats, 2. eines Monats, ..., 31. eines Monats) und den Monat (1, 2, ..., 12) seines Geburtstags. Dann wird die Summe der genannten Tage und Monate berechnet. Die Summe beträgt 35. Alle Gäste haben an unterschiedlichen Tagen im Jahr Geburtstag. Was ist die höchstmögliche Anzahl an Partygästen? Begründen Sie Ihre Antwort.

(Aufgabe aus der Hauptklausur Statistik, SS2010)