

Übungsblatt 3

Aufgabe 1:

Die Körpergröße von 100 Studenten sei wie folgt verteilt:

Größe in cm (Klassenmitten)	Anzahl der Studenten
158	1
162	6
166	10
170	22
174	21
178	17
182	14
186	5
190	3
194	1
	ges:100

Unterstellen Sie für die Lösung der folgenden Frage Gleichverteilung innerhalb der Klassen.

- Berechnen Sie die relativen Häufigkeiten, die Punkte der empirischen Verteilungsfunktion. Stellen Sie die approximierende Verteilungsfunktion graphisch dar.
- Berechnen Sie den Median, das erste und dritte Quartil.
- Geben Sie den Bereich der Körpergrößen an, der 40 % der Studenten rechts und 40 % links vom Median einschließt.
- Wieviel Prozent der Studenten liegt zwischen den Merkmalen 166 und 178 cm?
- Wieviel Prozent der Studenten haben eine Größe von mehr als 182 cm?
- Wieviel Prozent der Studenten haben eine Größe von mindestens 170 cm?
- Berechnen Sie den dichtesten Wert.
- Berechnen Sie das arithmetische Mittel.
- Was läßt sich aufgrund der Lageparameter über den Verteilungstyp aussagen?

Aufgabe 2:

- Die durchschnittlichen monatlichen Ausgaben des VWL-Studenten Keynesianus betragen während des 1. Semesters 500€. Mittlerweile im 7. Fachsemester angelangt, sind auch seine monatlichen Ausgaben, parallel mit seinen wirtschaftstheoretischen Kenntnissen, in die Höhe geschneit. Die monatlichen Ausgaben liegen nun bei etwa 1100€. Wie hoch war seine durchschnittliche jährliche Ausgabensteigerung?

- b) Das Bruttosozialprodukt der BRD (in Preisen von 1991) betrug in den Jahren:

Jahre	1989	1990	1991	1992	1993
BSP (Mrd.DM)	2410	2540	2840	3040	3110

Wie groß war die durchschnittliche jährliche Wachstumsrate des realen BSP in diesem Zeitraum?

Aufgabe 3:

Sie kaufen in einem Geschäft einen Beutel mit zwölf Orangen für 6 € und finden das billig. Im nächsten Geschäft sehen Sie einen Beutel mit zwei Dutzend Orangen für 6 €. Da Ihre ganze Familie gerade an einem grippalen Infekt leidet und Sie an Vitamin C glauben, nehmen Sie die Orangen mit. Im nächsten Geschäft bekommen Sie sogar 3 Dutzend für 6 € und kaufen Sie. Die statistische Reihe der von Ihnen bezahlten Preise p_i ist somit:

$$6€, 3€, 2€$$

Was hat das Dutzend Orangen im Durchschnitt gekostet? Berechnen Sie dazu

- a) das ungewichtete arithmetische Mittel der drei Preise,
- b) das ungewichtete harmonische Mittel
- c) das mit den Mengen gewichtete arithmetische Mittel der drei Preise.

Gibt a), b) oder c) die richtige Antwort? Diskutieren Sie hierzu plausible ökonomische Interpretationen der Antworten zu a), b) und c).

(Aufgabe aus Schira, Kapitel 2;Aufg. 2.7)

Aufgabe 4:

Gegeben ist eine statistische Reihe X. Sie hat den Mittelwert $\bar{x}=12$ und die Varianz $s_x^2=25$. Die statistische Reihe Y errechnet sich aus der Reihe X, indem man jedes Element der Reihe X mit dem konstanten Faktor $b=-2,5$ multipliziert und die feste Zahl $a=4$ dazuzählt. Wie groß sind \bar{y} und s_y^2 und s_y ?

(Aufgabe aus Schira, Kapitel 2; Aufg.2.11)

Aufgabe 5:

Das Alter der eheschließenden Frauen in Bayern zeigte im Jahre 2000 folgende Verteilung:

Alter in Jahren	rel. Häufigkeit (%)	\bar{x}	s_x^2
15 bis unter 20	6	18,5	0,9
20 bis unter 25	37	23	1,4
25 bis unter 30	31	26,5	1,7
30 bis unter 40	18	32	5,1
40 bis unter 50	5	43	4,8
50 bis unter 60	2	52	4
60 bis unter 80	1	64	15

- Stellen Sie die Altersverteilung grafisch in einem Histogramm dar.
- Berechnen Sie das Durchschnittsalter. Berechnen Sie die Varianz und den Variationskoeffizienten, indem Sie auch die innere Varianz berücksichtigen.
- Zeichnen Sie die Verteilungsfunktion unter der Annahme der Gleichverteilung innerhalb der einzelnen Gruppen.
- Bestimmen Sie daraus Median und Modus sowie deren relative Lage zum arithmetischen Mittel.

(Aufgabe aus Schira, Kapitel 2; Aufg. 2.13)

Aufgabe 6:

Gegeben sei die folgende einfache statistische Reihe des Merkmals Y:

1, 3, 4, 1

- Geben Sie die Verteilung des Merkmals an!
- Berechnen und zeichnen Sie dazu die Lorenz-Kurve!

(Aufgabe aus Schira, Kapitel 2; Aufg. 2.16)

Zusatzaufgaben

Aufgabe Z1:

Der bekannte Psychologe J. Ensen führt Intelligenztests durch und erhebt bei zwei Gruppen (m und z) gleichaltriger amerikanischer Studenten das metrische Merkmal "Intelligenzquotient" IQ . Er findet:

$IQ(m)$:	88	90	99	99	98	145	114	82	85	100
$IQ(z)$:	96	98	90	104	86	98	110	95	69	104

- Berechnen Sie die durchschnittlichen Intelligenzquotienten der beiden Gruppen, und geben Sie für jedes Gruppenmitglied die Abweichungen zum jeweiligen Mittelwert an.
- In welcher der beiden Gruppen streut der Intelligenzquotient stärker? Berechnen Sie zur Beantwortung der Frage mehrere Streuungsmaße und diskutieren Sie die Ergebnisse.

(Aufgabe aus Schira, Kapitel 2; Aufg. 2.8, Zahlen leicht verändert)

Aufgabe Z2:

Sie kaufen im ersten Geschäft einen Beutel mit sechs Orangen für 3€. Im zweiten Geschäft sehen Sie ein Sonderangebot, das einen Beutel mit vier Orangen für 1€ anbietet. In diesem Geschäft kaufen Sie drei Beutel.

- Der Stückpreis für eine Orange im zweiten Geschäft ist um 50% niedriger als im ersten Geschäft.
- Das geometrische Mittel der Stückpreise für eine Orange in den beiden Geschäften beträgt 0,29€ (auf Cent gerundet). Hierbei unterstellen Sie, dass Ihnen eine Stichprobe mit zwei Preisbeobachtungen vorliegt.
- Das harmonische Mittel der Stückpreise für eine Orange beträgt $H_p = 0,23€$ (auf Cent gerundet).
- Mit einem Budget von 4€ kann man im Durchschnitt 14 Orangen einkaufen, wenn man in 50% der Fälle im ersten Geschäft und in 50% der Fälle im zweiten Geschäft einkauft.

A	B	C	D

Geben Sie an, welche Antwortvorschläge richtig sind. Beachten Sie, dass mindestens ein Antwortvorschlag richtig ist. Schreiben Sie Ihre Berechnungen zur Lösung jeder Teilaufgabe als Teil der Lösung auf und erläutern Sie kurz Ihre Vorgehensweise. (Aufgabe angelehnt an Aufgabe 5 der Zwischenklausur im SS 2010)

Aufgabe Z3:

Für das kleine Land Dreyecksland liegen folgende Angaben zur Anzahl der Einkommensbezieher n_j , zur Gesamtsumme der Einkommen SY_j und zum Einkommensteueraufkommen ST_j nach drei Einkommensintervallen vor:

Einkommen von über ... bis ... Tausend TA	Anzahl der Einkommens- bezieher (n_j)	Summe der Einkommen in Tausend TA (SY_j)	Einkommensteuer- aufkommen in Tausend TA (ST_j)
0 – 8	20	120	6
8 – 25	70	900	112
25 – 100	25	980	182

Das Einkommen und das Einkommensteueraufkommen werden in TA (Taler) gemessen. Die Einkommensteuer ist progressiv. Die Angaben in der dritten und vierten Spalte sind die **Merkmalssummen** über alle Steuerpflichtigen in dem betreffenden Einkommensintervall.

- Berechnen Sie die relativen Häufigkeiten h_j , die relativen Häufigkeitsdichten \bar{h}_j und die Verteilungsfunktionen $H(\cdot)$ für die drei Variablen ‘Anzahl der Einkommensbezieher’, ‘Summe der Einkommen’ und ‘Einkommensteueraufkommen’ nach den drei Einkommensintervallen. Tragen Sie Ihre Ergebnisse in eine Tabelle ein.
- Zeichnen Sie die Histogramme (Häufigkeitsdichte) für die drei Merkmale ‘Anzahl der Einkommensbezieher’, ‘Summe der Einkommen’ und ‘Einkommensteueraufkommen’. Was stellen die drei unterschiedlichen Histogramme inhaltlich dar? Was sind die ökonomischen Gründe für die Unterschiede zwischen den drei Histogrammen?
Hinweis: Achten Sie auf korrekte Skalierung und Achsenbeschriftung.
- Verwenden Sie die Ergebnisse in a), um die Lorenzkurven für das Einkommen und für das Einkommensteueraufkommen zu bestimmen. Zeichnen Sie die beiden Lorenzkurven in ein Schaubild. Welche der beiden Lorenzkurven zeigt höhere Ungleichheit an? Wie hängt das Ergebnis mit der Tatsache zusammen, dass die Einkommensteuer progressiv ist?

(Aufgabe angelehnt an Aufgabe B1 der Wiederholungsklausur im SS 2010)