

Übungsblatt 10

Aufgabe 1:

Herr Kaiser verkauft durchschnittlich bei zwei von zehn Hausbesuchen eine Lebensversicherung. Er ist sehr fleißig und macht jeden Tag genau 16 Hausbesuche.

- a) Berechnen Sie Erwartungswert und Varianz der Anzahl der pro Tag verkauften Lebensversicherungen.
- b) An wieviel % seiner Arbeitstage verkauft Herr Kaiser mehr als 10 Lebensversicherungen?

(Aufgabe aus Schira, Kapitel 11; Aufg. 11.3)

Aufgabe 2:

Druckfehler. Bevor es gedruckt wird, hat man bei jedem Buch sehr sorgfältig die Druckfehler auszumerken versucht. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein einzelner Buchstabe falsch ist, ist sehr, sehr gering. Andererseits sind in so einem Buch sehr, sehr viele Buchstaben. So kommt es, dass der Erwartungswert der Anzahl der Druckfehler in einem Buch $\mu = 8$ ist.

- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Buch sechs oder mehr Druckfehler sind?
- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Buch genau 13 Druckfehler sind?

(Aufgabe aus Schira, Kapitel 11; Aufg. 11.7)

Aufgabe 3:

Die Zeitdauer, die ihr Server bei einer Internetanfrage mit einem Kunden beschäftigt ist, sei annähernd exponentialverteilt und betrage im Durchschnitt 4 Sekunden. Wie groß ist der Anteil der Anfragen, die mehr als 10 Sekunden Serverzeit benötigen?

(Aufgabe aus Schira, Kapitel 11; Aufg. 11.8)

Aufgabe 4:

Gewichtskontrolle. Bei einer Gewichtskontrolle von 1-kg-Paketen wurde festgestellt, dass das Gewicht normalverteilt ist mit $\mu = 1.01$ und $\sigma = 0.02$.

- a) Wieviel Prozent aller Pakete wiegen mindestens 1 kg?
- b) Jenseits welchen Betrages befinden sich die 6% schwersten Pakete?
- c) Wieviel % aller Pakete wiegen mindestens 1.020 kg?
- d) Warum ist der erste Satz dieser Aufgabe mit Sicherheit falsch?

(Aufgabe aus Schira, Kapitel 11; Aufg. 11.10)

Aufgabe 5:

Haushaltseinkommen. Das mittlere Jahreseinkommen aller Haushalte in einer Großstadt beträgt 32600€ bei einer Standardabweichung von 6200€. Eine Zufallsstichprobe mit 400 Haushalten wird entnommen. Unterstellen Sie eine Normalverteilung für diese Aufgabe.

- a) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, in der Stichprobe ein mittleres Jahreseinkommen von über 32000€ vorzufinden?
- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit liegt der Stichprobenmittelwert zwischen 32100€ und 33100€?
- c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit liegt der Stichprobenmittelwert zwischen 32350€ und 32950€?
- d) Geben Sie, ohne zu rechnen oder statistische Tafeln zu benutzen, an, in welchem der folgenden drei Intervalle der Stichprobenmittelwert mit größerer Wahrscheinlichkeit liegen wird.

(1) 32100€- 32300€

(2) 32300€- 32500€

(3) 32500€- 32700€

(Aufgabe aus Schira, Kapitel 12; Aufg. 12.5)

Zusatzaufgaben

Aufgabe Z1:

Sei Y eine diskrete, gleichförmige Zufallsvariable, die die $(l+1)$ Werte $0, 1, 2, \dots, l$ mit gleicher Wahrscheinlichkeit annimmt. Zeigen Sie

a) $E(Y) = \frac{l}{2}$.

b) $Var(Y) = (l^2 + 2l)/12$.

Begründen Sie jeden Beweisschritt. Hinweis: Verwenden Sie die Gleichungen (11-2) und (11-3) im Lehrbuch von Schira zur gleichförmigen Verteilung. Beachten Sie, dass die in dieser Aufgabe betrachtete Verteilung und die in Schira an der genannten Stelle betrachtete Verteilung nicht exakt übereinstimmen.

(Aufgabe aus Wiederholungsklausur Statistik, WS07/08)

Aufgabe Z2:

Die Lebensdauer einer Glühbirne X sei exponentialverteilt. Man stellt fest, dass von 1000 Glühbirnen nach 50 Stunden Brennzeit eine Glühbirne defekt ist.

- A) Die erwartete Lebensdauer einer Glühbirne ist 5000 Stunden.
- B) $E(X) = 5000\text{Stunden}$.
- C) $P(X \geq 10000) = 0,223$.
- D) $\text{Var}(X) = 2500000\text{Stunden}^2$.
- E) Die Antworten A) bis D) sind falsch.

A	B	C	D

Geben Sie an, welche Antwortvorschläge richtig sind. Beachten Sie, dass mindestens ein Antwortvorschlag richtig ist. Schreiben Sie Ihre Berechnungen zur Lösung jeder Teilaufgabe als Teil der Lösung auf und erläutern Sie kurz Ihre Vorgehensweise.

(Aufgabe aus Hauptklausur Statistik, WS07/08)

Aufgabe Z3:

X_1 sei Poisson(3) verteilt und X_2 sei Poisson(4) verteilt. Weiter sei $Y = X_1 + X_2$. X_1 und X_2 sind statistisch unabhängig.

Hinweis: Verwenden Sie die Tschebyscheffsche Ungleichung für E).

- A) $E(X_1) = 3$
- B) $E(Y) = 7$
- C) $\text{Var}(Y) = 49$
- D) $P(2 \leq X_1 \leq 4) > 0,3$
- E) $P(Y > 14) < 0,15$

A	B	C	D

Geben Sie an, welche Antwortvorschläge richtig sind. Beachten Sie, dass mindestens ein Antwortvorschlag richtig ist. Schreiben Sie Ihre Berechnungen zur Lösung jeder Teilaufgabe als Teil der Lösung auf und erläutern Sie kurz Ihre Vorgehensweise.

(Aufgabe aus Hauptklausur Statistik, SS2009)

Aufgabe Z4:

Die Zufallsvariablen X und Y seien normalverteilt mit $X \sim N(0,1)$ und $Y \sim N(-4,9)$. Weiter gilt $Cov(X, Y) = -1$.

Hinweis: $N(\mu, \sigma^2)$ bezeichne eine Normalverteilung mit Erwartungswert μ und Varianz σ^2 .

A) $P(Y \geq -4) = 0,5$

B) $E(2X + Y) = -2$

C) $P(-7 \leq Y \leq -1) = 0,8413$ (auf vier Nachkommastellen gerundet)

D) $V(2X - Y) = 10$

A	B	C	D

Geben Sie an, welche Antwortvorschläge richtig sind. Beachten Sie, dass mindestens ein Antwortvorschlag richtig ist. Schreiben Sie Ihre Berechnungen zur Lösung jeder Teilaufgabe als Teil der Lösung auf und erläutern Sie kurz Ihre Vorgehensweise.

(Aufgabe aus Hauptklausur Statistik, SS2010)