Wiederholungsklausur STATISTIK I

Name, Vorname:______________________________

Matrikel-Nr.:______________________________

Die Klausur enthält zwei Typen von Aufgaben:

T e i l A besteht aus Fragen mit mehreren vorgegebenen Antwortvorschlägen, von denen mindestens eine Antwort richtig ist und von denen mehrere Antworten richtig sein können. Kreuzen Sie alle richtigen Antworten an. Sind alle Kreuze richtig, erhalten Sie für die Aufgabe 2 Punkte. Jede Abweichung ergibt 1 Punkt Abzug. Es werden keine negativen Punktezahlen vergeben, Sie erhalten also für jede Aufgabe mindestens 0 Punkte. Wenn Sie keine Antwort ankreuzen, gilt die Aufgabe als nicht bearbeitet und Sie erhalten 0 Punkte.

T e i l B enthält ausführlich zu lösende Aufgaben. Nur mit der Darstellung der einzelnen Rechenschritte kann die volle Punktzahl erreicht werden. Erläutern Sie Ihre Vorgehensweise.

Zulässige Hilfsmittel: Nicht programmierbarer Taschenrechner, Lehrbuch von Schira, eine handschriftlich von Ihnen selbst beschriebene Seite (”Spickzettel”, kann auf beiden Seiten beschrieben sein).

Teil A enthält 12 Aufgaben und Teil B enthält 4 Aufgaben. Bitte überprüfen Sie die Vollständigkeit Ihres Exemplars.

Die maximal zu erreichende Punktzahl ist 60, davon können maximal 24 Punkte in Teil A und maximal 36 Punkte in Teil B erreicht werden. Mit mindestens 24 erreichten Punkten bestehen Sie die Klausur.

Bitte unterschreiben Sie am Ende Ihrer Aufzeichnungen.

Auswertung - Teil A

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Erreichte Punktzahl												

Auswertung - Teil B

Aufgabe	1	2	3	4
Erreichte Punktzahl				

Erreichte Gesamtpunktzahl

Teil A (24 Punkte)

1. Unterstellen Sie, dass die Zufallsvariable X gleichverteilt auf dem Intervall $[-1, 1]$ ist.

A) $E(X) = 0$

B) $E(X) = 0,5$

C) Der Erwartungswert von X stimmt mit dem Median von X überein.

D) Der Interquartilsabstand beträgt 1,5.

E) Die Antworten A) bis D) sind falsch.

A	B	C	D	E

2. Betrachten Sie folgende Stichprobe:

i	1	2	3
x_i	-1	0	1
y_i	5	2	5

A) $\sum {x_i}^2 = 2$

B) $\sum {y_i}^2 = 50$

C) $\overline{x} = 0$

D) $c_{xy} = 0$

E) $\overline{y} = 3,5$

F) Die Antworten A) bis E) sind falsch.

A	B	C	D	E	F

3. Die Anzahl der Selbständigen und mithelfenden Familienangehörigen beträgt 3,158 Mio. Personen in 1980 und 3,099 Mio. in 1995.

A) Der Wachstumsfaktor für das Wachstum von 1980 bis 1995 beträgt 0,9847.

B) Die Anzahl schrumpft zwischen 1980 und 1995 um 1,465 %.

C) Die jährliche Schrumpfungsrate über den Zeitraum 1980 bis 1995 beträgt -0,095 %.

D) Die jährliche Schrumpfungsrate über den Zeitraum 1980 bis 1995 in Logarithmen beträgt -0,102 %.

E) Die Antworten A) bis D) sind falsch.

A	B	C	D	E

4. Bei der letzten Statistik-Klausur wurden folgende Punktzahlen x_i erreicht:

Punkte von... bis unter	Anzahl
0-25	23
25-50	42
50-75	40
75-100	25

Unterstellen Sie eine stetige Gleichverteilung der Punktzahlen innerhalb der genannten Intervalle.

A) $x_{Med} = 50$

B) $\overline{x} = 52,3$

C) Die relative Häufigkeitsdichte $\overline{h}(80) = 0,00769$.

D) Der Wert der Verteilungsfunktion bei 80 Punkten beträgt $\overline{H}(80) = 0,846$.

E) Die Antworten A) bis D) sind falsch.

A	B	C	D	E

5. Sei X eine diskrete Zufallsvariable mit gleichförmiger Verteilung. X nehme die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 und 9 mit gleicher Wahrscheinlichkeit an.

A) $E(X) = 5$

B) $x_{Median} = 5$

C) Das obere Quartil beträgt $x[0,75] = 7$.

D) $V(X) = 6,667$

E) Die Antworten A) bis D) sind falsch.

A	B	C	D	E

6. Sei X eine normalverteilte Zufallsvariable mit Erwartungswert $\mu = 10$ und Standardabweichung $\sigma = 4$.

A) $x_{Median} = 10$

B) $V(2X) = 8$

C) $P(X < 12) = P(X > 8)$

D) $P(6 < X < 12) = 0,6915$

E) $P(X > 14) = 0,8413$

F) Die Antworten A) bis E) sind falsch.

A	B	C	D	E	F

7. Es liegen Ihnen zwei Preisindexreihen aus der Chemie mit gleichem Wägungsschema vor:

Jahr	2000	2001	2002	2003	2004
Reihe A (Basis 2002)	90	99	100		
Reihe B (Basis 2004)			103	101	100

A) Der Preisindex für das Jahr 2004 zur Basis 2001 beträgt auf 1 Stelle nach dem Komma gerundet 98,1.

B) Die Preise sind 2004 höher als im Jahr 2000.

C) Die Preise sind 2004 niedriger als im Jahr 2001.

D) Der Preisindex 2002 zur Basis 2003 beträgt 102.

E) Die Preise in 2001 sind 10 % höher als in 2000.

A	B	C	D	E

8. Sei Z die Summe der Augenzahlen bei zwei unabhängigen Würfelwürfen.

A) $E(Z) = 7$

B) $V(Z) = 5,833$

C) $P(Z = 5) = 13,889\%$

D) $P(Z \geq 7) = 50\%$

E) Der Median von Z ist 7.

A	B	C	D	E

9. Gegeben sei die folgende Wahrscheinlichkeitsverteilung der beiden diskreten Zufallsvariablen X und Y:

	y_1	y_2
x_1	$0,1$	$0,2$
x_2	$0,25$	$0,15$
x_3	$0,05$	$0,25$

A) $f_X(x_1) = 0,3$

B) $f_Y(y_1) = 0,3$

C) $f_Y(y_1|x_2) = 0,625$

D) $f_X(x_2|y_1) = 0,625$

E) X und Y sind stochastisch abhängig.

A	*B*	*C*	*D*	*E*

10. Betrachten Sie $\overline{X}$, das arithmetische Mittel der unabhängigen und identisch verteilten Zufallsvariablen $X_1, X_2, ..., X_N$. Es gilt $E(X_1) = \mu$ und $V(X_1) = \sigma^2$.

A) $E(\overline{X}) = \mu$

B) $V(\overline{X}) = \frac{\sigma^2}{N}$

C) Nach der Tschebycheffschen Ungleichung konvergiert $P(\left|\overline{X} - \mu\right| > \epsilon)$ gegen Null für ein festes ϵ, wenn N gegen unendlich geht.

D) $\overline{X}$ hat keinen Erwartungswert, da es keine Zufallsvariable ist. Der Grund hierfür ist, dass das arithmetische Mittel auf Basis einer Stichprobe berechnet wird.

A	*B*	*C*	*D*

11. Zwei Zufallsvariablen X_1 und X_2 haben die Varianzen $V(X_1) = 4$ und $V(X_2) = 6$. Weiter gelte $E(X_1) = E(X_2) = 0$ und $Cov(X_1, X_2) = -1$.

A) $V(2X_1) = 8$

B) $V(X_1 + X_2) = 9$

C) $V(X_1 - X_2) = 12$

D) $P(|X_1| < 8) \geq 0,5$

A	B	C	D

12. Zum Regierungsgipfel treffen sich die Staatschefs von 6 Ländern. Die Protokollchefs müssen die Anordnung bei verschiedenen Terminen festlegen.

A) Beim Abendessen an einem runden Tisch gibt es 120 mögliche Sitzordnungen, wenn man nur berücksichtigt, wer neben wem sitzt.

B) Beim Abendessen an einem runden Tisch gibt es 72 mögliche Sitzordnungen, wenn man nur berücksichtigt, wer neben wem sitzt, und wenn die Staatschefs von Land A und Land B nicht nebeneinander sitzen sollen.

C) Für das Pressefoto stehen die Staatschefs in einer Reihe nebeneinander. Dabei sollen die Staatschefs von Land A und Land B nicht nebeneinander stehen. Für den Pressetermin gibt es 700 mögliche Anordnungen.

D) Die Antworten A) bis C) sind falsch.

A	B	C	D

Teil B (36 Punkte)

1. Ihnen liegt eine Excel-Datei mit 300 Lohnbeobachtungen von Männern und 200 Lohnbeobachtungen von Frauen vor. Beschreiben Sie konzeptionell, wie Sie die Lohnunterschiede zwischen Männern und Frauen empirisch untersuchen würden. Erläutern Sie kurz, wie Sie konkret diese empirische Analyse mit Excel umsetzen.

(8 Punkte)

2. Sei Y eine diskrete, gleichförmige Zufallsvariable, die die $(l + 1)$ Werte 0, 1, 2,...,l mit gleicher Wahrscheinlichkeit annimmt.
Zeigen Sie

i) $E(Y) = \frac{l}{2}$.

(2 Punkte)

ii) $V(Y) = (l^2 + 2l)/12$.

(2 Punkte)

Begründen Sie jeden Beweisschritt.
Hinweis: Verwenden Sie die Gleichungen (11-2) und (11-3) im Lehrbuch von Schira zur gleichförmigen Verteilung. Beachten Sie, dass die in dieser Aufgabe betrachtete Verteilung und die in Schira an der genannten Stelle betrachtete Verteilung nicht exakt übereinstimmen.

(4 Punkte)

3. Im Folgenden finden Sie die realen Investitionsausgaben in Deutschland für die Jahre 2000 bis 2002 in Milliarden Euro als Quartalsdaten.

Quartal	Investitionsausgaben
1/2000	100
2/2000	113
3/2000	115
4/2000	115
1/2001	98
2/2001	110
3/2001	109
4/2001	109
1/2002	89
2/2002	103
3/2002	104
4/2002	103

Quelle: EUROSTAT

a) Logarithmieren Sie die Daten, runden Sie auf drei Stellen nach dem Komma und bilden Sie gleitende Durchschnitte vierter Ordnung (mit ganzzahligen Indizes) der logarithmierten Daten.

(2 Punkte)

b) Berechnen Sie das durchschnittliche logarithmische Wachstum pro Quartal über den Beobachtungszeitraum.

(1 Punkt)

c) Verwenden Sie die Ergebnisse in a) und b) zu einer Prognose der Investitionsausgaben in Milliarden Euro im ersten und zweiten Quartal 2003. Begründen Sie Ihre Vorgehensweise. Nehmen Sie kritisch zu dieser Prognose Stellung.

(2 Punkte)

d) Unterstellen Sie eine konstante multiplikative Saisonfigur für die Investitionsausgaben in Milliarden Euro und führen Sie die Saisonbereinigung mit Hilfe des Phasendurchschnittsverfahrens durch. Interpretieren Sie das Ergebnis in eigenen Worten. Hinweis: Zur Bestimmung der glatten Komponente wenden Sie die Exponentialfunktion auf die Ergebnisse in a) an.

(4 Punkte)

e) Verwenden Sie das Ergebnis des Saisonbereinigungsverfahrens zur Verbesserung der Prognose in c).

(1 Punkt)

(10 Punkte)

4. Sie haben zwei Anlagemöglichkeiten und wollen € 1000,- anlegen. Die Renditeerwartung und das Risiko der beiden Anlagemöglichkeiten X und Y seien wie folgt:

	Renditeerwartung	Risiko
Wertpapier 1	$E(X) = 0,08$	$\sigma_X = 0,005$
Wertpapier 2	$E(Y) = 0,2$	$\sigma_Y = 0,04$

Weiterhin gilt $Cov(X,Y) = -0,0001$.

Hinweis: Beachten Sie das Praxisbeispiel in Kapitel 10 des Lehrbuchs von Schira.

a) Berechnen Sie den Erwartungswert der Rendite und das jeweilige Risiko (Standardabweichung) der Rendite, wenn € 0,-, € 500,-, € 750,-, € 900,- oder € 1000,- in Wertpapier 1 und der Rest der € 1000,- in Wertpapier 2 investiert werden.

(5 Punkte)

b) Zeichnen Sie das $\mu - \sigma - Diagramm$ für die beiden Wertpapiere 1 und 2. Welches Portfolio weist das minimale Risiko auf? Wie hoch ist die Anlage in Wertpapier 1 und in Wertpapier 2 in dem Portfolio mit minimalem Risiko?

(5 Punkte)

c) Unterstellen Sie nun, dass die Kovarianz $Cov(X,Y) = 0,0002$ beträgt. Zeigen Sie, dass der Korrelationskoeffizient nun gleich 1 ist. Wie ändert sich die Antwort auf den Aufgabenteil b)? Begründen Sie Ihre Antwort.

(4 Punkte)

(14 Punkte)