Klausur STATISTIK

Name, Vorname: ____________________

Matrikel-Nr. ____________________

Die Klausur enthält zwei Typen von Aufgaben:

Teil A besteht aus Fragen mit mehreren vorgegebenen Antwortvorschlägen, von denen mindestens eine Antwort richtig ist und von denen mehrere Antworten richtig sein können. Kreuzen Sie alle richtigen Antworten in den Kästchen unterhalb der Aufgabe an. Sind alle Kreuze richtig, erhalten Sie für die Aufgabe 3 Punkte. Jede Abweichung ergibt 1,5 Punkte Abzug. Es werden keine negativen Punktezahlen vergeben, Sie erhalten also für jede Aufgabe mindestens 0 Punkte. Wenn Sie keine Antwort ankreuzen, gilt die Aufgabe als nicht bearbeitet und Sie erhalten 0 Punkte.

Teil B enthält ausführlich zu lösende Aufgaben. Nur mit der Darstellung der einzelnen Rechenschritte kann die volle Punktzahl erreicht werden.

Zulässige Hilfsmittel: Nicht programmierbarer Taschenrechner, Lehrbuch von Schira, eine handschriftlich von Ihnen selbst beschriebene Seite im DIN A4 Format ("Spickzettel", kann auf beiden Seiten beschrieben sein).

Teil A umfasst 8 Aufgaben und Teil B umfasst 4 Aufgaben. Bitte überprüfen Sie die Vollständigkeit Ihres Exemplars.

Die maximal zu erreichende Punktzahl ist 60, davon können maximal 24 Punkte in Teil A und maximal 36 Punkte in Teil B erreicht werden.

Studierende im Diplomstudiengang VWL bestehen mit mindestens 24 erreichten Punkten die Klausur.

Für Studierende im BSc VWL und alle sonstigen Studierenden werden die in der Klausur und der Zwischenklausur erzielten Punkte addiert. Diese Studierenden bestehen die Prüfung mit mindestens 32 erreichten Punkten.

Auswertung - Teil A

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8
Erreichte Punktzahl								

Auswertung - Teil B

Aufgabe	1	2	3	4
Erreichte Punktzahl				

Erreichte Gesamtpunktzahl

Teil A (24 Punkte)

1. Unterstellen Sie folgende Kontingenztabelle der gemeinsamen absoluten Häufigkeiten für zwei Variablen X und Y:

x \ y	0	3	5
-1	2	7	7
1	3	9	2

   A) $\bar{x} = 0,1$

   B) $h_{2\cdot} = 0,467$

   C) $h_{\cdot 1} = 0,333$

   D) $c_{XY} > 0$

   E) $s^2_{X+Y} < s^2_X + s^2_Y$

   F) Die Antworten A) bis E) sind falsch.

A	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*

2. Es gibt zwei Güter und die Nachfrage nach Gut 2 steigt im Jahr 2005 trotz einer Preissteigerung von 10% von Gut 2 relativ zu Gut 1. Der Preis von Gut 1 bleibt konstant. Ihnen sind Preise und abgesetzte Mengen in 2004 und 2005 bekannt. Beide Güter werden in 2004 und 2005 mit positiven Mengen nachgefragt.

   A) Paasche-Preisindex = 1,10 (für 2005 zur Basis 2004).

   B) Paasche-Preisindex (für 2005 zur Basis 2004) > Laspeyres-Preisindex (für 2005 zur Basis 2004), weil Gut 2 trotz höherer Preise 2005 stärker nachgefragt wurde.

   C) Laspeyres-Mengen-Indizes können nicht berechnet werden.

   D) Der Fisher-Preisindex kann aus den Angaben berechnet werden.

   E) Die Antworten A) bis D) sind falsch.

A	*B*	*C*	*D*	*E*

3. Sie beobachten Löhne W für Männer und Frauen in Euro und berechnen $y = ln(w)$ für jede Beobachtung. Sie erhalten folgende Angaben:

   Männerstichprobe
   $\bar{y}_m = 3,0$, $y_m[0,25] = 2,6$, $y_m[0,5] = 2,9$, $y_m[0,75] = 3,5$

   Frauenstichprobe
   $\bar{y}_f = 2,6$, $y_f[0,25] = 2,2$, $y_f[0,5] = 2,58$, $y_f[0,75] = 2,9$

   Die Ausdrücke der eckigen Klammern bezeichnen die entsprechenden empirischen Quantile. Ihre Stichprobe besteht zu 60% aus Männern.

   A) Das geometrische Mittel der Löhne W der Männer beträgt €20,09 (gerundet).

   B) Das geometrische Mittel der Löhne W der Frauen beträgt €13,20 (gerundet).

   C) Das arithmetische Mittel der Löhne W für Männer lässt sich aus den obigen Angaben berechnen.

   D) Das geometrische Mittel der Löhne W aller Arbeitnehmer beträgt €17,12 (gerundet).

   E) Der Median der Löhne W der Frauen beträgt €13,20 (gerundet).

A	B	C	D	E

4. Ihnen liegen die gleichen Angaben wie in Aufgabe 3 vor.

   A) Das untere Quartil der Löhne W der Männer beträgt €12,11 (gerundet).

   B) Gemessen am Median verdienen Männer 41,7% (gerundet) mehr als Frauen.

   C) Der Interquartilsabstand für Männer besagt, dass das obere Quartil der Löhne in Euro um den Faktor 2,46 (gerundet) höher als das untere Quartil ist.

   D) Der relative Unterschied zwischen dem Median und dem unteren Quartil ist für Frauen größer als für Männer.

   E) Der Unterschied zwischen dem Median und dem unteren Quartil in Euro ist für Frauen größer als für Männer.

A	B	C	D	E

5. X_1 sei Poisson(3) verteilt und X_2 sei Poisson(4) verteilt. Weiter sei $Y = X_1 + X_2$. X_1 und X_2 sind statistisch unabhängig.

   Hinweis: Verwenden Sie die Tschebyscheffsche Ungleichung für E).

   A) $E(X_1) = 3$

   B) $E(Y) = 7$

   C) $Var(Y) = 49$

   D) $P(2 \leq X_1 \leq 4) > 0,3$

   E) $P(Y > 14) < 0,15$

A	B	C	D	E

6. X_1, X_2 und X_3 seien unabhängige Zufallsvariablen und standardnormalverteilt, d.h. $X_i \sim N(0,1)$ für $i = 1,2,3$. Die Zufallsvariable Z entspricht der Summe der Quadrate, d.h. $Z = X_1^2 + X_2^2 + X_3^2$.

   A) $E(X_1^2) = 1$

   B) $E(X_1^2) = 3$

   C) $E(Z) = 2$

   D) $Var(X_1^2) = 2$

   E) $Var(Z) = 6$

A	B	C	D	E

7. Gegeben seien folgende bedingte Verteilungen von X gegeben Y und die Randverteilung von X für zwei diskrete Zufallsvariablen X und Y mit gemeinsamer Verteilung $f(x,y)$.

		Y		
		-1	1	Randverteilung
X	0	$\frac{4}{13}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{3}{10}$
	1	$\frac{5}{13}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{4}{10}$
	2	$\frac{4}{13}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{3}{10}$
		1	1	1

A) $f_2(y=-1) = 0,65$

B) $f(x=0, y=-1) = 0,2$

C) $f(x=1, y=1) = 0,15$

D) $E(Y) = -0,3$

E) Die Antworten A) bis D) sind falsch.

A	B	C	D	E

8. Zwei Maschinen produzieren denselben Artikel in einer Fabrik. Pro Tag produziert Maschine A 60 Stücke und Maschine B 40 Stücke. Ein einzelnes von A hergestelltes Stück ist mit einer Wahrscheinlichkeit von 10% fehlerhaft, aber ein einzelnes von B hergestelltes Stück nur mit einer Wahrscheinlichkeit von 5%. Beide Maschinen laufen statistisch unabhängig.

Hinweis: Rechnen Sie mit der exakten Binomialverteilung.

A) Die Wahrscheinlichkeit, dass Maschine A maximal 1 fehlerhaftes Stück produziert, beträgt 1,38%.

B) Die Wahrscheinlichkeit, dass Maschine B maximal 1 fehlerhaftes Stück produziert, beträgt 4,52%.

C) Die Wahrscheinlichkeit, dass insgesamt in der Tagesproduktion maximal 1 fehlerhaftes Stück produziert wird, beträgt 6,86%.

D) Die Antworten A) bis C) sind falsch.

A	B	C	D

Teil B (36 Punkte)

1. Für das Einkommen Y (in Tausend Euro) in einer Stichprobe von Akademikern erhalten Sie folgende klassierten Daten:

Alter in Jahren von ... bis unter ...	Absolute Häufigkeit	$\bar{y}_\alpha$	$s^2_{Y,a}$
bis 30	10	2,5	1,8
30 – 40	47	4,2	2,9
40 – 50	42	5,0	3,4
50 – 65	31	4,9	3,6

a) Stellen Sie die Altersverteilung graphisch in einem Histogramm dar.
Berechnen Sie das Durchschnittsalter.
Berechnen Sie den Median des Alters unter der Annahme stetiger Gleichverteilung innerhalb der Intervalle und geeigneter weiterer Annahmen. (3 Punkte)

b) Berechnen Sie das Durchschnittseinkommen $\bar{y}$. (1 Punkt)

c) Berechnen Sie die Gesamtvarianz des Einkommens sowie die innere und die äußere Varianz. (3 Punkte)

d) Berechnen Sie das Histogramm der Einkommensdichte nach dem Alter und stellen Sie es graphisch dar.
Geben Sie eine inhaltliche ökonomische Interpretation dieses Histogramms. (2 Punkte)

e) Zeichnen Sie die Lorenzkurve des Einkommens auf Basis der klassierten Daten und ermitteln Sie approximativ auf Basis Ihrer Graphik den Gini-Koeffizienten.
Beurteilen Sie, ob der Gini-Koeffizient die Ungleichheit der Einkommen stark unterschätzt. (4 Punkte)

(13 Punkte)

2. Die stetige Zufallsvariable X weise folgende Dichtefunktion einer Dreiecksverteilung auf:

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{für } 0 < x \leq 1 \\ 2-x & \text{für } 1 < x \leq 2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Berechnen Sie

a) $P(0 < X < 1)$ (1 Punkt)

b) $P(0{,}5 < X < 1{,}2)$ (1 Punkt)

c) $E(X)$ (1 Punkt)

d) $P(X < 1{,}5 \mid X > 0{,}5)$ (1 Punkt)

(4 Punkte)

3. a) Unterstellen Sie, dass Sie eine Stichprobe mit $n > 3$ Beobachtungen der Variable X in drei disjunkte Teilstichproben (Gruppen) zerlegen können. Beweisen Sie die Zerlegung der Gesamtvarianz in die innere Varianz und die äußere Varianz entsprechend Kapitel 2.6 im Lehrbuch von Schira.

   Hinweis: Erläutern Sie jeden Ihrer Beweisschritte genau. (3 Punkte)

   b) Die Variable X messe die Eigenkapitalrentabilität eines Unternehmens und es liegen Ihnen Beobachtungen für X in drei Wirtschaftszweigen vor. Erläutern Sie die Varianzzerlegung in Aufgabenteil a) für dieses konkrete Beispiel und interpretieren Sie die Varianzzerlegung ökonomisch. (2 Punkte)

(5 Punkte)

4. In einer Urne befinden sich zwei gelbe und zwei orange Würfel sowie eine gelbe Kugel. Sie ziehen zwei Objekte mit oder ohne Zurücklegen.

   a) Unterstellen Sie, dass die fünf Objekte in der Urne mit den Buchstaben A, B, C, D und E eindeutig markiert sind, wobei A und B ein gelber Würfel, C und D ein oranger Würfel und E eine gelbe Kugel sind.
   Wie viele Elementarereignisse im Hinblick auf die zwei hintereinander gezogenen Objekte gibt es, jeweils für den Fall mit und den Fall ohne Zurücklegen?
   Listen Sie alle Elementarereignisse in stilisierter Form auf. Schreiben Sie die Elementarereignisse sowohl in den Buchstaben A-E als auch in der Farbe und Form der gezogenen Objekte auf. (4 Punkte)

   b) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass Sie zwei gelbe Objekte ziehen? Unterscheiden Sie die beiden Fälle mit und ohne Zurücklegen.
   Erläutern Sie, warum oder warum nicht ein Unterschied zwischen beiden Fällen besteht.

   Hinweis: Greifen Sie auf die Ergebnisse unter a) zurück. (3 Punkte)

   c) X sei die Anzahl der gezogenen gelben Objekte im Fall ohne Zurücklegen.
   Bestimmen Sie die Verteilung von X.
   Stellen Sie die Massenfunktion graphisch dar. (3 Punkte)

   d) Berechnen Sie $E(X)$. (1 Punkt)

   e) Y sei die Anzahl der gezogenen orangen Würfel im Fall ohne Zurücklegen.
   Bestimmen Sie die Verteilung von Y und stellen Sie die Massenfunktion graphisch dar.
   Berechnen Sie $E(Y)$.

   Hinweis: Verwenden Sie die Ergebnisse unter c) und d). (2 Punkte)

   f) Z sei die Anzahl der gezogenen gelben Kugeln im Fall ohne Zurücklegen.
   Bestimmen Sie die Verteilung von Z.
   Berechnen Sie $E(Z)$. (1 Punkt)

(14 Punkte)