VOLKSWIRTSCHAFTLICHE VORDIPLOMPRÜFUNG 13.10.2007

Nachholklausur auf dem Gebiet: STATISTIK II

Prüfer: Dr. Roland Füss

Name, Vorname: ____

Matrikel-Nr.: ____

Die Klausur enthält drei Typen von Aufgaben:

Teil A besteht aus einer Reihe von Fragen mit mehreren vorgegebenen Antwortvorschlägen, von denen nur jeweils eine Antwort richtig ist. Des Weiteren enthält dieser Teil mehrere Aufgaben mit einem Lückentext, der mit den fehlenden Antworten auszufüllen ist. Schreiben Sie den Kennbuchstaben der Antwort sowie die fehlenden Begriffe, die Sie für richtig halten, deutlich in das Kästchen am rechten Rand bzw. in die zur Verfügung stehenden Leerstellen. Für jede richtige Antwort erhalten Sie einen Punkt.

Teil B enthält die ausführlich zu lösenden Aufgaben. Es müssen alle vier gestellten Aufgaben bearbeitet werden.

NUR MIT DER DARSTELLUNG DER EINZELNEN RECHENSCHRITTE KANN DIE VOLLE PUNKTZAHL ERREICHT WERDEN!

Damit die Klausur als ausreichend gilt, müssen 40 % der erreichbaren Punktzahlen sowohl in Teil A als auch in Teil B erzielt werden, also in Teil A mindestens 12 Punkte, in Teil B mindestens 24 Punkte.

Zulässige Hilfsmittel: Einfacher Taschenrechner mit Grundrechenarten, Formelsammlung.

Punktzahlen:	A	B				Gesamtnote:
		A1	A2	A3	A4	

1) Bei einem Müslihersteller werden die einzelnen Müsli-Sorten in Packungen abgefüllt. Das Gewicht beträgt im Mittel 300g bei einer Standardabweichung von 20g. Verpackungen, die 30g oder mehr vom Mittelwert abweichen, werden aussortiert. Der Ausschussanteil beträgt demnach höchstens:

A) 0,66
B) 0,39
C) 0,88
D) 0,44
E) aus den obigen Angaben nicht berechenbar
F) Die Antworten A) bis E) sind falsch.

D

2) Die folgende Tabelle zeigt die Aufteilung einer Pflanzenart auf 3 verschiedene Behandlungen (Ereignis A_i). Des Weiteren ist der Anteil der Pflanzen angegeben, welche ein besonders starkes Wachstum aufweisen (Ereignis $B|A_i$):

Behandlung	Ereignis	Anteil der Pflanzen	Ereignis	Anteil der Pflanzen mit starkem Wachstum
Genmanipulation	$A1$	0,34	$B\|A1$	0,78
Dünger	$A2$	0,33	$B\|A2$	0,65
Keine (Kontrollgruppe)	$A3$	0,33	$B\|A3$	0,03

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Pflanzenart ein starkes Wachstum aufweist beträgt demnach:

A) 0,3300
B) 0,0251
C) 0,6202
D) 0,4896
E) 0,5517
F) Die Antworten A) bis E) sind falsch.

D

3) Im Vergleich zur Normalverteilung hat die t-Verteilung mit 8 Freiheitsgraden

A) eine höhere Varianz, da dadurch mehr Unsicherheit ausgedrückt wird.
B) eine negative Excess Kurtosis, da dadurch mehr Unsicherheit ausgedrückt wird.
C) einen Freiheitsgrad weniger als die Normalverteilung.
D) eine negative Schiefe, da dadurch mehr Unsicherheit ausgedrückt wird.
E) erst ab 30 Freiheitsgraden eine höhere Varianz.
F) Die Antworten A) bis E) sind falsch.

A

4) Bei einer Erhöhung des Stichprobenumfangs n verhält sich die Varianz der Binomialverteilung $\sigma^2 = n \cdot p \cdot (1-p)$ folgendermaßen:

A) Die Varianz bleibt unverändert.
B) die Varianz steigt bis $p = 0{,}5$ an und sinkt danach wieder ab.
C) die Varianz sinkt.
D) die Varianz steigt.
E) bei dieser Varianz kann man n nicht erhöhen.
F) Die Antworten A) bis E) sind falsch.

$\boxed{D}$

5) Ein konsistenter Schätzer $\hat{\theta}$ konvergiert mit wachsendem n

A) gegen die Normalverteilung.
B) gegen den wahren Schätzer θ.
C) gegen den Erwartungswert $E(\theta)$.
D) gegen die t-Verteilung.
E) gegen die Varianz $\sigma^2_{\hat{\theta}}$.
F) Die Antworten A) bis E) sind falsch.

$\boxed{B}$

6) Die Nullhypothese des t-Tests des Regressionskoeffizienten $\hat{\beta}$ testet,

A) ob $\hat{\beta} = 0$ ist.
B) wieviel $\hat{\beta}$ zur erklärten Streuung beiträgt.
C) ob $\hat{\beta} \neq 0$ ist.
D) ob β t-verteilt ist.
E) ob $\beta = 0$ ist.
F) Die Antworten A) bis E) sind falsch.

$\boxed{E}$

7) Die Wahrscheinlichkeit, im Jahr t ein hohes Wirtschaftswachstum zu verzeichnen (Ereignis A) unter der Bedingung, im Jahr t-1 ein hohes Wirtschaftswachstum verzeichnet zu haben (Ereignis B) beträgt:

A) $P(B|\overline{A})$
B) $\dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$
C) $P(A|\overline{B})$
D) $P(A)$
E) $P(A \cap B)$
F) Die Antworten A) bis E) sind falsch.

$\boxed{B}$

8) Gegeben sei folgende zweidimensionale Wahrscheinlichkeitsverteilung:

u \ v	-2	-4	-7
2	0,13	0,00	0,25
5	0,14	0,15	0,08
6	0,00	0,04	0,00

A) $f(u_3|v_2)=0{,}2666$
B) $f(u_3|v_2)=0{,}15$
C) $f(u_3|v_2)=0{,}04$
D) $f(u_3|v_2)=0{,}1892$
E) $f(u_3|v_2)=0{,}2105$
F) Die Antworten A) bis E) sind falsch.

$\boxed{E}$

9) Für die Zufallsvariable Y gilt: $Y = g + z \cdot X$ wobei g und z Konstanten sind und X eine Zufallsvariable. Somit ist folgende Aussage richtig:

A) $Var(Y) = g + z \cdot Var(X)$
B) $Var(Y) = z \cdot Var(X)$
C) $Var(Y) = z^2 \cdot Var(X)$
D) $Var(Y) = g^2 + Var(X)$
E) $Var(Y) = Var(X)$
F) Die Antworten A) bis E) sind falsch.

$\boxed{C}$

10) In einer Regression bedeutet ein R^2 von 0,95, dass

A) alle geschätzten Parameter auf dem 5 % Niveau signifikant sind.
B) 95 % der Gesamtstreuung durch das Modell erklärt wird.
C) 95 % der X Werte richtig zugeordnet werden konnten.
D) Das R^2 spielt nur in der Testtheorie eine Rolle.
E) 5 % der Gesamtstreuung durch das Modell erklärt wird.
F) Die Antworten A) bis E) sind falsch.

$\boxed{B}$

11) Die Einkommen in einem Schwellenland sind log-normalverteilt mit $\mu_L = 1{,}2$, $\sigma_L = 0{,}6$, $\mu = 3{,}975$ und $\sigma = 6{,}847$ (in tausend USD). Die Wahrscheinlichkeit, dass das Einkommen eines zufällig ausgewählten Einwohners mehr als 8 (tausend) USD beträgt, berechnet sich als

A) $= P\left(Z < \frac{8 - 3{,}975}{6{,}847}\right)$

B) $= P\left(Z < \frac{2{,}079 - 1{,}2}{0{,}6}\right)$

C) $= P\left(Z < \frac{8 - 1{,}2}{0{,}6}\right)$

D) $= P\left(Z < \frac{2{,}079 - 3{,}975}{6{,}847}\right)$

E) $= P\left(Z < \frac{8{,}987 - 1{,}2}{0{,}6}\right)$

F) Die Antworten A) bis E) sind falsch.

B

12) Die Wahrscheinlichkeit, dass sich ein Basketballspieler im Laufe einer Saison verletzt, beträgt 0,17. Die Wahrscheinlichkeit, dass bei einem Team von 10 Spielern 6 verletzt sind und das Team somit nicht antreten kann, beträgt demnach:

A) 0,0258
B) 0,0001
C) 0,0459
D) 0,0182
E) 0,0024
F) Die Antworten A) bis E) sind falsch.

E

13) Die Wahrscheinlichkeit einer Fahrscheinkontrolle in der Straßenbahn beträgt 2%. Die Wahrscheinlichkeit, erst beim hundertsten Mal kontrolliert zu werden, beträgt dann

A) 0,0175
B) 0,0027
C) 0,9973
D) 0,2815
E) 0,0038
F) Die Antworten A) bis E) sind falsch.

B

14) Die Eigenschaft der Gedächtnislosigkeit der Exponentialverteilung bedeutet, dass die Wahrscheinlichkeit der Dauer bis zum Eintreffen des Ereignisses

A) für alle Zeitpunkte gleichhoch ist.
B) unabhängig davon ist, wie lange man bereits gewartet hat.
C) stochastisch unabhängig von der abgewarteten Zeit ist.
D) für die bedingte Wahrscheinlichkeit degressiv abnimmt.
E) für die bedingte Wahrscheinlichkeit exponentiell abnimmt.
F) Die Antworten A) bis E) sind falsch.

B

15) Marktforschung ist mit hohen Kosten für Fragebögen und Interviewer verbunden. Daher soll der Stichprobenumfang so gering wie möglich gehalten werden. Die Standardabweichung der Grundgesamtheit betrage 12 und das zweiseitige Konfidenzintervall soll 95% betragen. Die Punktschätzung soll (plus/minus) 2,0 genau sein. Der notwendige Stichprobenumfang beträgt dann mindestens

A) 139
B) 123
C) 248
D) 196
E) 195
F) Die Antworten A) bis E) sind falsch.

A

16) In einem Supermarkt haben 5% der Lebensmittel ein abgelaufenes Haltbarkeitsdatum. Wenn zufällig 30 Lebensmittel ausgewählt werden und nach der Anzahl der schlechten Produkte gefragt ist (Zufallsvariable X), dann folgt X *exakt*

A) einer geometrischen Verteilung.
B) einer Binomialverteilung.
C) einer Hypergeometrischen Verteilung.
D) einer negativen Binomialverteilung.
E) einer Bernoulli Verteilung.
F) Die Antworten A) bis E) sind falsch.

C

17) Eine F-verteilte Zufallsvariable mit $v_1 = 9$ und $v_2 = 8$ ist mit 99%-iger Wahrscheinlichkeit kleiner oder gleich folgendem Wert:

A) 5,8
B) 6,0
C) 5,9
D) 5,5
E) 5,4
F) Die Antworten A) bis E) sind falsch.

C

18) Die Renditen eines Wertpapiers mit Erwartungswert = 4% p.a. und Volatilität = 9% p.a. seien normalverteilt. Die Gleichung, die den Verlust angibt, der mit 95%-iger Wahrscheinlichkeit nicht überschritten wird (d.h. die Rendite wird nicht noch negativer), beträgt dann

A) $P(X < 4 - 1{,}65 \cdot 9) = 0{,}05$
B) $P(X < 4 - 1{,}65 \cdot 9) = 0{,}95$
C) $P(X < 4 - 1{,}96 \cdot 9) = 0{,}05$
D) $P(Z < 4 - 1{,}65 \cdot 9) = 0{,}05$
E) $P(Z > 4 - 1{,}96 \cdot 9) = 0{,}05$
F) Die Antworten A) bis E) sind falsch.

A

19) Aus einer großen Grundgesamtheit mit $\mu = 7$ und $\sigma_x = 2$ werden wiederholt Stichproben vom Umfang $n = 30$ gezogen. Stichproben, bei denen der Stichprobenmittelwert $\bar{x}$ um 3 oder mehr von μ abweicht, werden nicht berücksichtigt. Die Abweichung $|\bar{x} - \mu|$ beträgt dann höchstens:

A) 0,0014
B) 0,0148
C) 0,1217
D) 1,0001
E) 0,9989
F) Die Antworten A) bis E) sind falsch.

B

20) Als risikoaverser Investor würden Sie bei gegebener Rendite und Volatilität eines Wertpapiers eine Prämie verlangen, falls

A) das Wertpapier eine besonders niedrige Kurtosis aufweist.
B) das Wertpapier eine negative Schiefe aufweist.
C) die Rendite log-normalverteilt ist.
D) der Wert der Schiefe größer als 3 ist.
E) das Papier eine Marktkorrelation von –1 hat.
F) Die Antworten A) bis E) sind falsch.

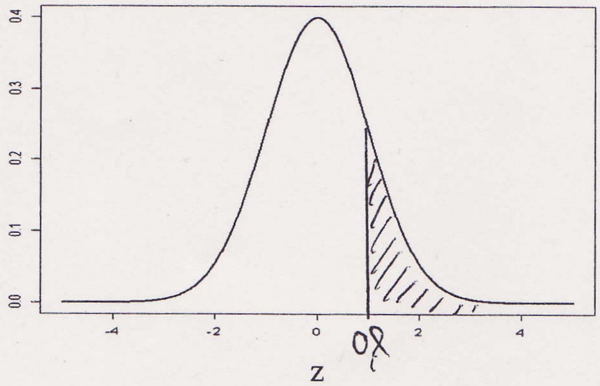
B

21) Für den Wert k = 4 ist die Funktion $f(\varphi) = \begin{cases} ke^{-4\varphi} & , 0 \le \varphi < \infty \\ 0 & , sonst \end{cases}$ eine Dichtefunktion.

22) Die Wahrscheinlichkeit, die Nullhypothese abzulehnen, obwohl sie richtig ist, bezeichnet man als Fehler 1. Art / α-Fehler

23) Die Bevölkerungsdichte in einem Land sei Pareto-verteilt mit $k = 2$. Die geringste Bevölkerungsdichte ist auf dem Land zu finden mit 3 Einwohnern/km^2. Die Wahrscheinlichkeit, auf einer zufällig ausgesuchten Fläche zwischen 10 und 12 Einwohner/km^2 zu finden, beträgt 0,0275 $\hat{=}$ 2,75% .

24) Beim Berechnen von Intervallen der Standardnormalverteilung sind die Wahrscheinlichkeiten häufig nur für positive Z-Werte tabelliert. In diesem Fall berechnet man z.B. für $P(Z < -0{,}8)$, genau genommen, den folgenden eingezeichneten Bereich:



25) Die Verteilungsfunktion für die Dichtefunktion $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} & , 3 < x < 7 \\ 0 & , sonst \end{cases}$ beträgt

$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 3 \\ \frac{1}{4}x & 3 < x < 7 \\ 1 & x \geq 7 \end{cases}$. $F(x) = \int_0^x \frac{1}{4}\,dx = \left[\frac{1}{4}u\right]_0^x = \frac{1}{4}x - 0 = \frac{1}{4}x$

26) Bei $n = 200$, $N = 10^7$ und $p = 0{,}5$ liegt der Anteilswert der Grundgesamtheit P im Fall ohne Zurücklegen mit 97,5% Wahrscheinlichkeit in folgendem Intervall:

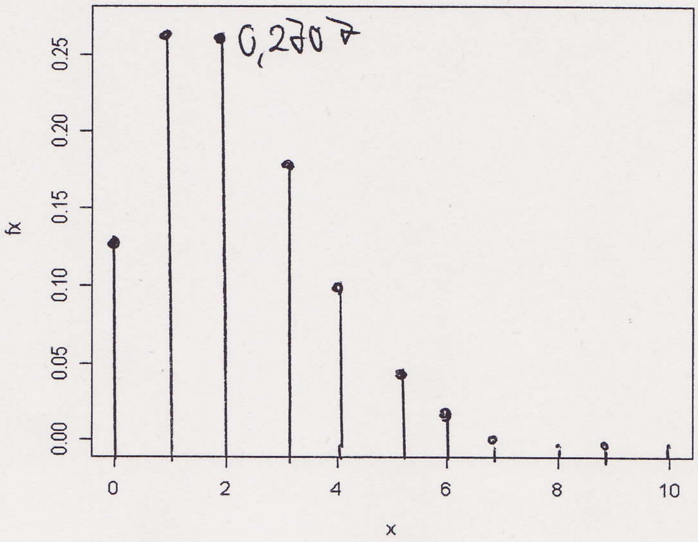
$$P\left(p - z\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \leq P \leq p + z\cdot\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right) = 0{,}975 .$$

27) Für einen großen Stichprobenumfang n und geringer Eintrittswahrscheinlichkeit p kann die Binomialverteilung durch die Poissonverteilung angenähert werden.

28) Die Schnittmenge zwei disjunkter Ereignisse ist nicht definiert .

null usw.

29) Zeichnen sie für die Wahrscheinlichkeitsfunktion der Poisson-Verteilung mit $\lambda = 2$ die Wahrscheinlichkeit für x = 2 ein und skizzieren sie die ungefähre Höhe der restlichen Wahrscheinlichkeiten.



30) Ein Call Center muss im Durchschnitt 0,7 Minuten auf den nächsten Anruf warten. Die Wahrscheinlichkeitsfunktion der Poisson-Verteilung für die Wahrscheinlichkeit, länger als 1 Minute zu warten, beträgt dann 0,2395 .

Aufgabe 1 (15 Punkte)

In der Abteilung einer großen deutschen Bank arbeiten 250 Angestellte in den folgenden Bereichen: 110 Angestellte handeln mit Derivaten, 125 Angestellte handeln mit Rohstoffen und 90 Angestellte handeln mit Immobilien. 25 Angestellte handeln mit Derivaten und Rohstoffen, 25 Angestellte handeln mit Rohstoffen und Immobilien und 30 handeln mit Derivaten und Immobilien

a. Wie viele Angestellte arbeiten mit allen drei Wertpapieren? **(6 P)**

b. Wie viele Angestellte arbeiten mit Derivaten aber nicht mit Rohstoffen? **(4 P)**

c. Wie viele Angestellte arbeiten mit Immobilien, aber nicht mit Rohstoffen oder Derivaten? **(5 P)**

Zeichnen Sie in allen Fällen das dazugehörige Venn-Diagramm auf.

Aufgabe 2 (15 Punkte)

Ein Messtechnik-Hersteller befindet sich in der Entwicklungsphase für ein Gerät, welches die Ozonkonzentration in der Luft misst (in $\mu g \cdot m^{-3}$). In der Probephase soll zunächst in einer Stichprobe aus 15 Städten auf die Ozonkonzentration in allen 2500 Städten geschlossen werden. Bei der Stichprobe ergibt sich eine durchschnittliche Ozonkonzentration von $50\, \mu g \cdot m^{-3}$ bei einer Standardabweichung von $22\, \mu g \cdot m^{-3}$.

a. Bestimmen sie das 95%-Konfidenzintervall für die durchschnittliche Ozonkonzentration in allen Städten. **(6 P)**

b. Nach den ersten verkauften Geräten häufen sich die Beschwerden über Fehlermeldungen bei der Benutzung der Geräte. Die Produktion wird daraufhin gestoppt und eine Stichprobe von 200 Geräten auf Tauglichkeit überprüft. Dabei stellt sich heraus, dass 26 Geräte Fehlermeldungen generieren. Berechnen Sie das 98%-Konfidenzintervall für den Anteilswert an fehlerhaften Geräten in der Grundgesamtheit (produziert wurden bereits 1000 Stück). **(6 P)**

c. Erklären Sie kurz, warum man im Allgemeinen bei der Schätzung des Mittelwertes in der Grundgesamtheit μ durch den Stichprobenmittelwert $\bar{x}$ von einer Normalverteilung von $\bar{x}$ ausgehen kann, obwohl die Verteilung von x oft gar nicht bekannt ist. **(3 P)**

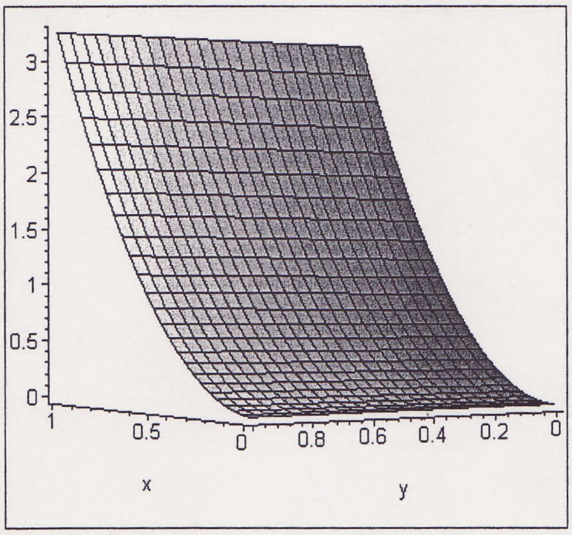
Aufgabe 3 (15 Punkte)

Die Monopolkommission beobachtete in den vergangenen Jahren bei 2% aller Industrieunternehmen eine unerlaubte Preisabsprache. Um einen ersten Hinweis zu erhalten, ob sich der Anteil verändert hat, sucht sie zufällig 10 Industrieunternehmen heraus und untersucht deren Geschäfte auf mögliche Preisabsprachen.

a. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, weniger als 2 Unternehmen mit Preisabsprache zu finden? **(3 P)**
b. 10 Unternehmen aus der 40 Unternehmen umfassenden Energieindustrie stehen unter besonderer Aufsicht, da in dieser Industrie in letzter Zeit bei 15% der Unternehmen Preisabsprachen festgestellt wurden. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei zwei von den 10 Energieunternehmen eine Preisabsprache festgestellt wird? **(4 P)**
c. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass das zweite Energieunternehmen mit Preisabsprache erst beim achten untersuchten Energieunternehmen entdeckt wird? **(4 P)**
d. Im Durchschnitt wurden in letzter Zeit 5 Preisabsprachen pro Jahr festgestellt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, in einem Jahr zwischen 2 und 3 Preisabsprachen zu beobachten. **(4 P)**

Aufgabe 3 (15 Punkte)

Das folgende Schaubild zeigt die zweidimensionale Dichtefunktion der Zufallsvariablen x und y: $f(x,y) = \frac{21}{8}x^2 + \frac{1}{2}x \cdot y \quad ;0 < x < 1; \quad 0 < y < 1.$



a. Berechnen Sie $E(x)$ und $E(y)$. **(5 P)**.

b. Berechnen Sie σ_x^2 und σ_y^2. **(5 P)**.

c. Berechnen und interpretieren Sie den Korrelationskoeffizienten $\rho_{x,y}$. **(5 P)**.